

# LES FRACTIONS

Laurence DELCROIX RMA  
Sandrine MOUCHEL LAUNEY

# DES CONSTATS SIGNIFICATIFS

- ❖ Des résultats faibles lors des évaluations standardisées
- ❖ Les fractions jouent un rôle clé dans les sentiments des élèves à l'égard des mathématiques :
  - ❖ Nature bipartite d'une fraction
  - ❖ Conception initiale et souvent unique de partie d'un tout
  - ❖ Difficultés apparaissent dès qu'ils doivent utiliser les fractions comme nombre (4 opérations)
    - ❖ Si présenter 3 quarts comme, c'est couper une pizza en 4 et en prendre 3 : l'élève se concentre sur faire des parts égales ( un quart = un quart = un quart = un quart) mais n'aide pas à comprendre la fraction comme nombre, c'est juste leur FAIRE VOIR une modélisation —> mais objectif : savoir CALCULER avec ces nombres et avec cette façon de voir, on ajoute numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux
    - ❖  $\frac{3}{4} = 3,4$

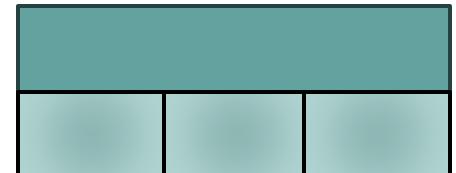
# DES NOUVEAUX PROGRAMMES

- ❖ Dès le CE1 :
  - ❖ partie d'un tout
  - ❖ inférieures ou égales à 1
  - ❖  $\frac{1}{8}$  correspond à une **part du tout** lors du partage de ce tout en **huit parts égales**

→ **Comment s'en sortir ?**

# DES PRÉALABLES INDISPENSABLES

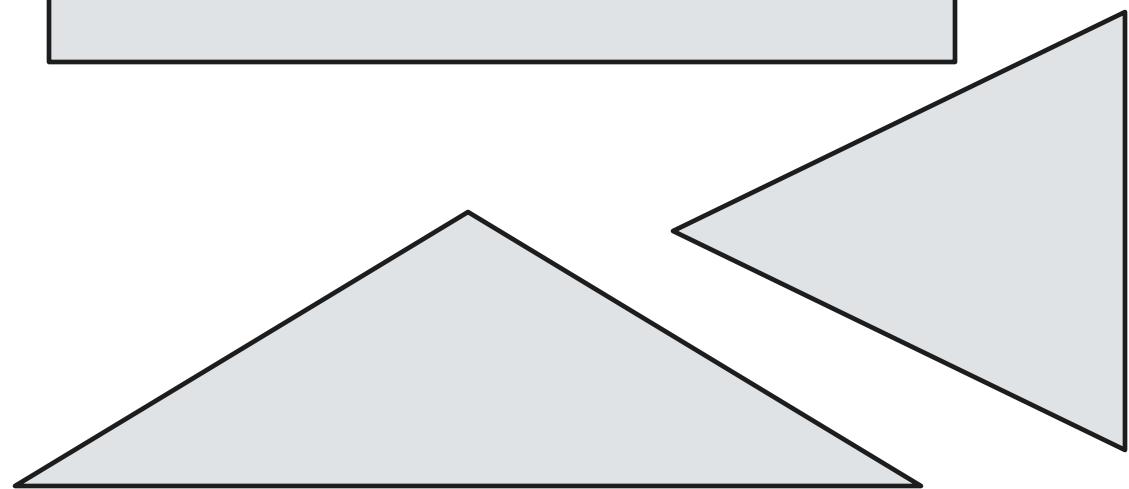
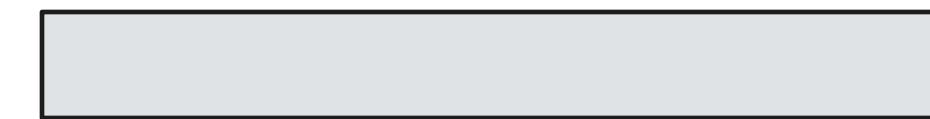
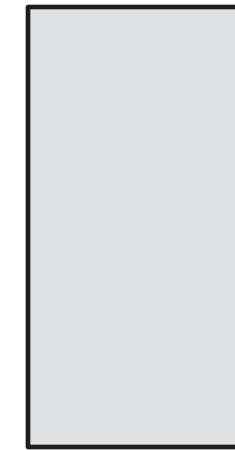
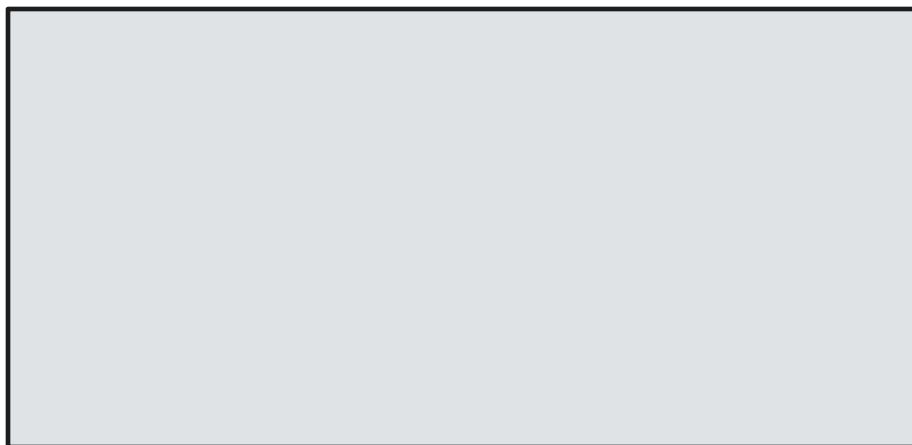
- ❖ Travailler le **champ du raisonnement multiplicatif** :
  - ❖ Des pistes :
    - ❖ « Dans mon cartable, j'ai une ficelle, sa longueur est 3 fois plus grande que la longueur de la réglette que vous avez sur la table. Construire un segment de la même longueur que ma ficelle. »
    - ❖ « Dans mon cartable, j'ai une ficelle, la réglette qui est sur votre table est 3 fois plus courte que la ficelle qui est dans mon sac. Construire un segment de la même longueur que ma ficelle. »
  - ❖ Utiliser un vocabulaire propice lors de comparaisons de grandeurs:
    - ❖ « est ce plus grand ou plus petit ? » puis « plus grand comment ? » ou « plus petit comment ?



# QUELQUES MANIPULATIONS

- ❖ À l'aide du morceau de ficelle posé sur la table, construire un nouveau morceau de ficelle dont la longueur est  $\frac{1}{3}$  de la longueur de la table.
- ❖ À l'aide du rectangle de couleur, construire un nouveau rectangle dont la grandeur est  $\frac{1}{3}$  du rectangle blanc (certains en format portrait, les autres en format paysage) → même tiers ?
- ❖ Avec du riz...

EST-CE LE MÊME QUART ?



# DEUX ENTRÉES COMPLÉMENTAIRES

- ❖ Avec les surfaces (CE1) : Ollivier Hunault PNF
- ❖ Avec les longueurs (CE2) : Serge Petit

QUELLE FRACTION CELA PRÉSENTE-T-IL ?

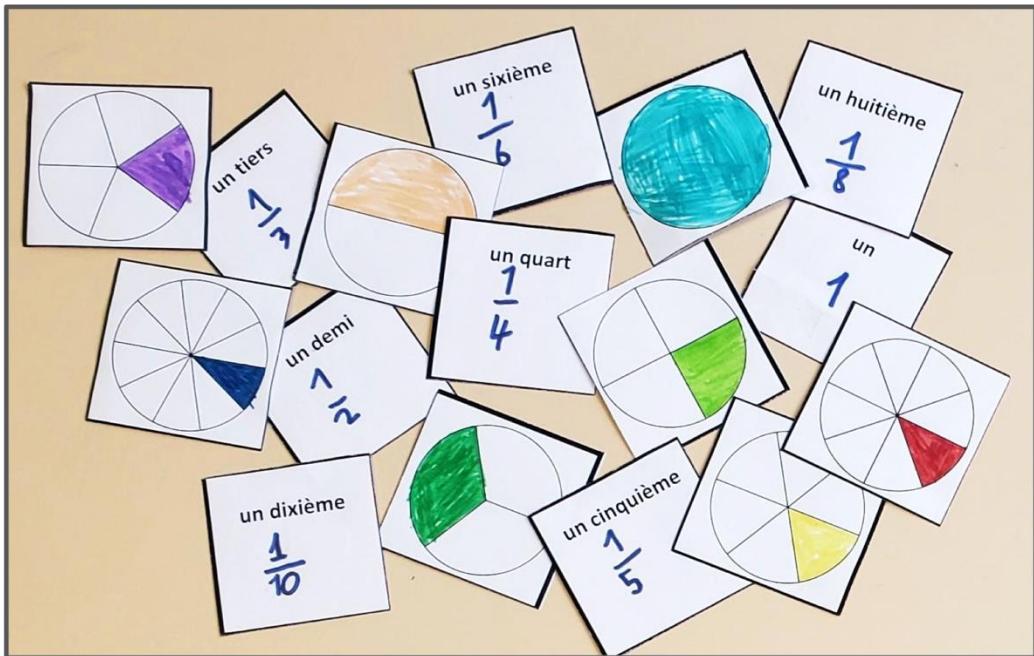


# QUELLE FRACTION CELA PRÉSENTE-T-IL ?

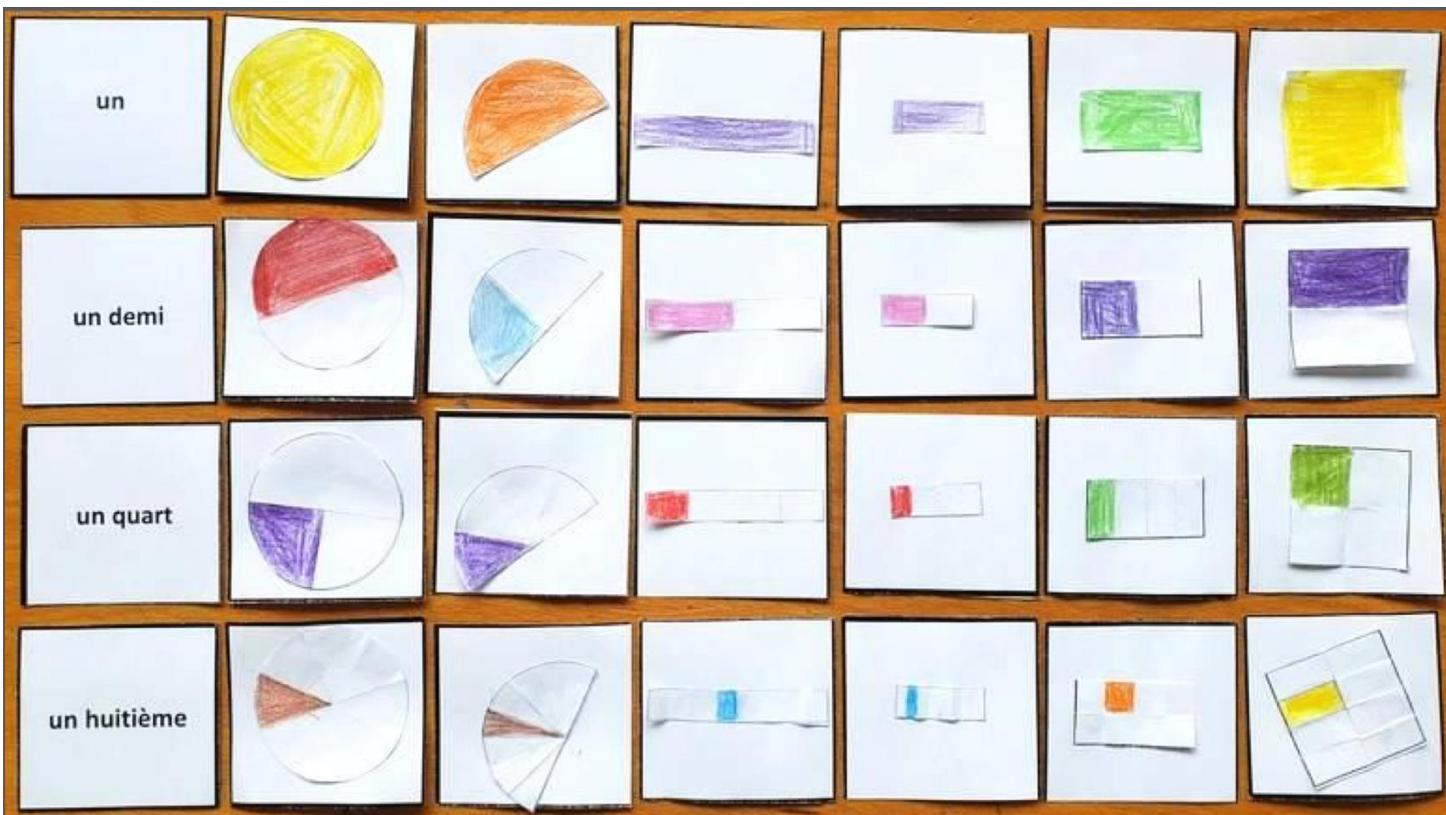
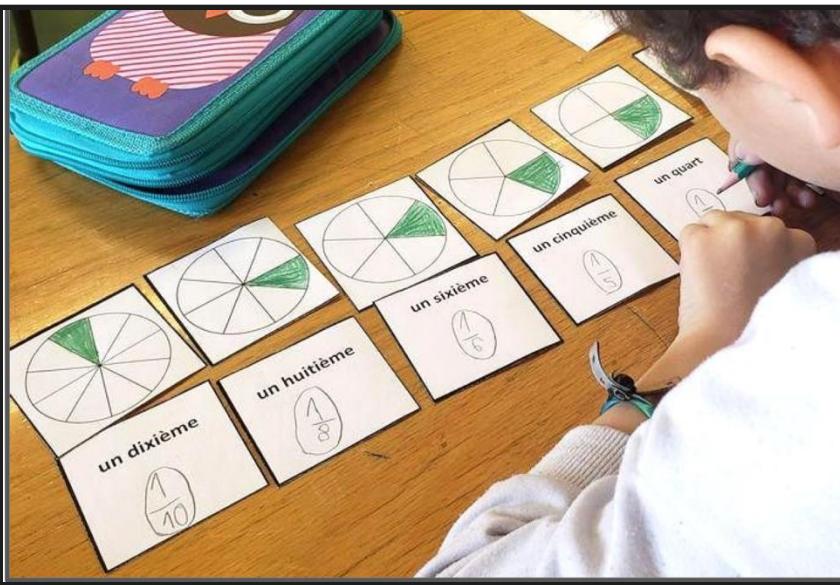
## ❖ Notion d'unité



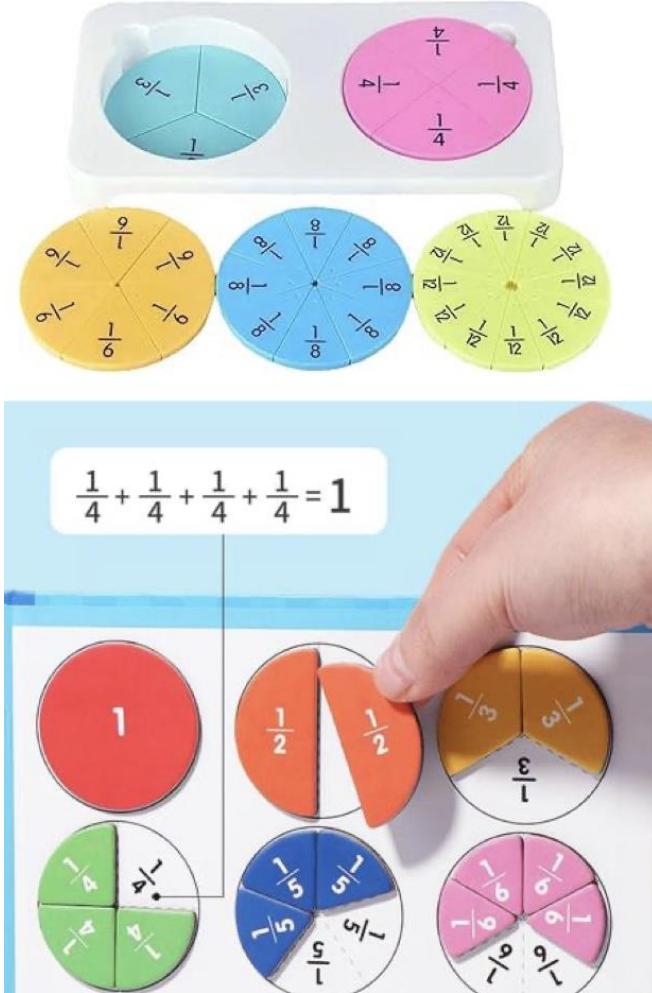
# AVEC LES SURFACES



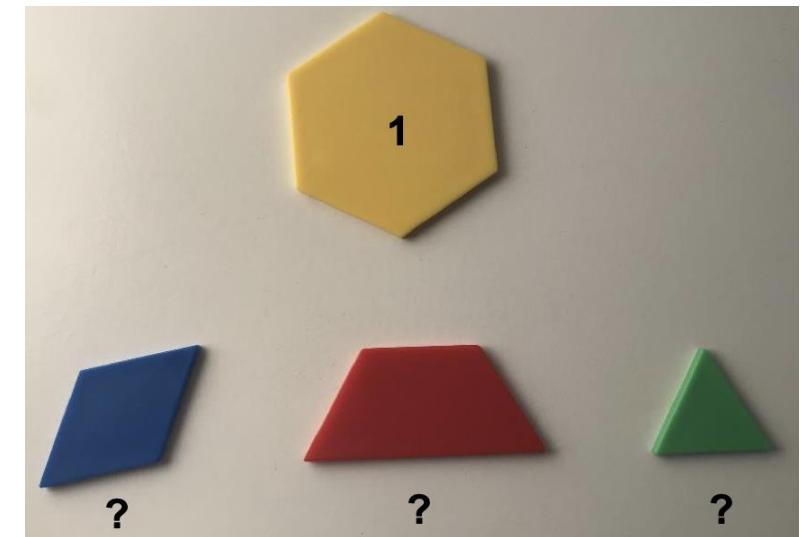
Extraits issus PNF, Vincent Rivollier



# AVEC LES SURFACES : DU MATÉRIEL



Extraits issus PNF, Olivier Hunault



(Source : Fiches Je découvre - CM2 - Blocs géométriques, Les fractions - Additions - Soustractions - Egalités - Réf. 17 751 - Ascol & Celda)

Blocs Attrimaths  
Michel Kahn, CPC RMC 20ème



# AVEC LES LONGUEURS

- ❖ Passage des surfaces aux longueurs → passage non anodin
- ❖ Situation qui permet de mettre en évidence l'insuffisance des nombres entiers

## Point d'entrée dans les fractions

Faire chercher aux élèves la longueur d'un segment obtenu en découplant en sept segments isométriques un segment d'un décimètre, puis en deux, trois, quatre, cinq, huit et neuf.

Des changements d'unités successifs ne permettent pas de trouver certains des nombres cherchés, d'où la nécessité de nouveaux nombres.

# AVEC LES LONGUEURS



- ❖ Étape préalable : Mesurer devient encadrer
- ❖ Étape 1 : partager une ficelle en segments isométriques (carrelage)
- ❖ Étape 2 : partager une ficelle (plus courte) puis un segment en segments isométriques (guide-âne)
- ❖ Étape 3 : introduire les fractions  $\rightarrow 7 \times L = 1 \text{ dm}$   
Encadrement avec des nombres entiers en faisant varier l'unité de mesure

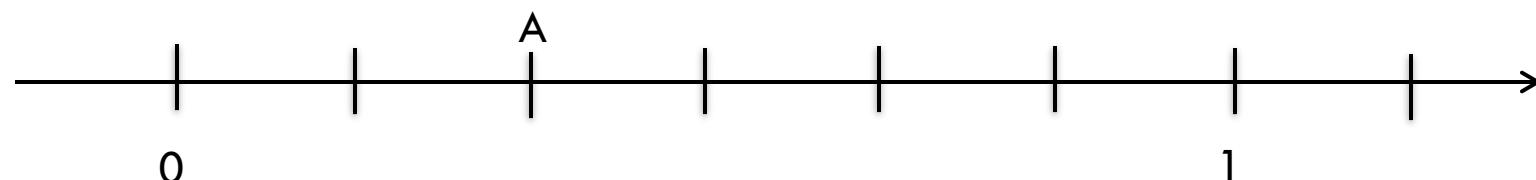
# AVEC LES LONGUEURS



- ❖ Étape préalable : Mesurer devient encadrer
- ❖ Étape 1 : partager une ficelle en segments isométriques (carrelage)
- ❖ Étape 2 : partager une ficelle (plus courte) puis un segment en segments isométriques (guide-âne)
- ❖ Étape 3 : introduire les fractions  $\rightarrow 7 \times L = 1 \text{ dm}$

Encadrement avec des nombres entiers en faisant varier l'unité de mesure

## ❖ Étape 4 : représenter des fractions sur la droite graduée



- ❖ Abscisse d'un point et longueur d'un segment

# UNE RELATION FONDAMENTALE

Pour  $n \neq 0$ ,  $n \times \frac{1}{n} = 1$

$\frac{1}{n}$  est la quantité que l'on prend  
n fois pour faire 1 (une unité)  
soit,

$\frac{1}{8}$  est la quantité que l'on prend  
8 fois pour faire 1  
ou

$\frac{1}{8}$ , il en faut 8 pour faire 1

- ❖ Avec des gestes professionnels déterminants :
- ❖ Ne pas introduire la notation mathématique trop tôt
- ❖ Dire « 5 sixièmes » et non 5 sur 6 pour  $\frac{5}{6}$
- ❖ Ne pas introduire non plus « numérateur » et « dénominateur » —> étymologie plus tard

# UNE RELATION FONDAMENTALE

Pour  $n \neq 0$ ,  $n \times \frac{1}{n} = 1$

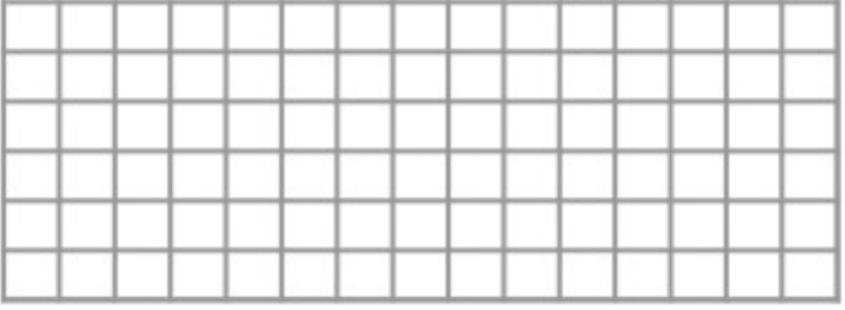
$\frac{1}{n}$  est la quantité que l'on prend  
n fois pour faire 1 (une unité)  
soit,

$\frac{1}{8}$  est la quantité que l'on prend  
8 fois pour faire 1  
ou

$\frac{1}{8}$ , il en faut 8 pour faire 1

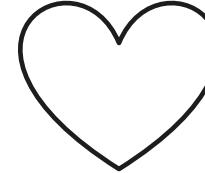
- ❖ Travailler la notion d'unité
- ❖ Commencer par les fractions unitaires  $\rightarrow$  nouvelle (sous) unité
- ❖ Travailler  $\frac{4}{3}$  comme  $4 \times \frac{1}{3}$  et lire 4 fois « pause » un tiers

# DES EXERCICES TYPES

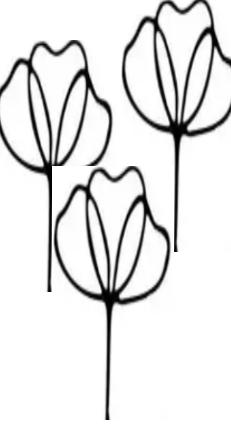


Colorier un tiers de ce rectangle

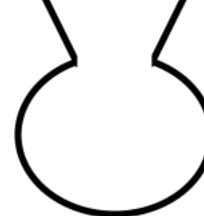
Colorier  $\frac{13}{13}$



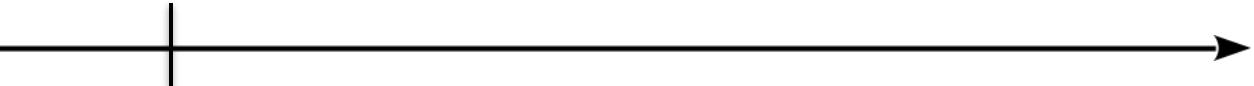
Ce rectangle colorié représente du rectangle unité qui a été effacé, reconstruire le rectangle unité.



Ces fleurs représentent un quart du bouquet, dessiner le bouquet de fleurs dans le vase



Comparer

$$\frac{7}{8} \text{ et } \frac{5}{6}$$


La longueur de ce segment correspond à  $\frac{1}{4}$  de l'unité.

Placer 1 et 2



Aujourd'hui Max a un sachet contenant 45 billes et c'est  $\frac{1}{10}$  du sachet qu'il a acheté hier. Combien le sachet contenait-il de billes quand Max l'a acheté ?

# **La fraction quotient**

Expérimentation en classe de sixième et quatrième :

$$7 \times ? = 1$$

$$7 \times ? = 1$$

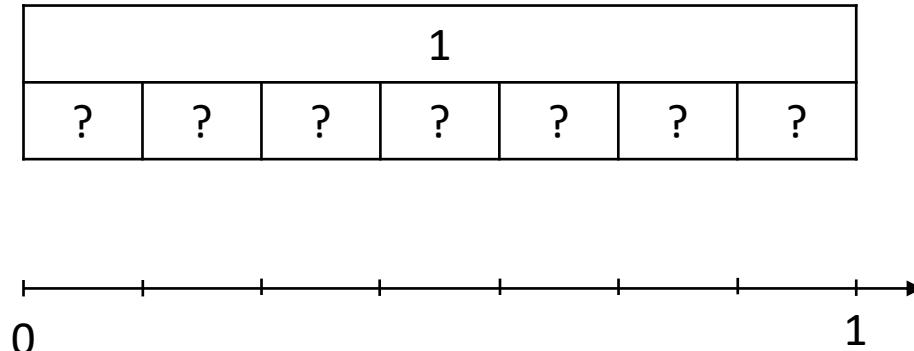
6ABC	6DEF	4A
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales

$$7 \times ? = 1$$

							1
?	?	?	?	?	?	?	?

6ABC (16)	6DEF (20)	4A (29)
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales
2 bonnes réponses	décimaux	décimaux

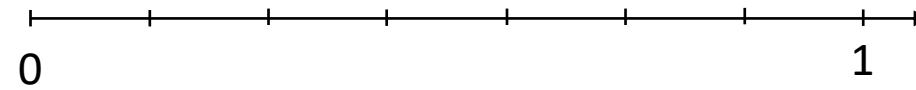
$$7 \times ? = 1$$



6ABC (16)	6DEF (20)	4A (29)
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales
2 bonnes réponses	décimaux	décimaux
+ 4 bonnes réponses	1 bonne réponse	décimaux

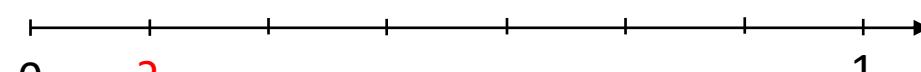
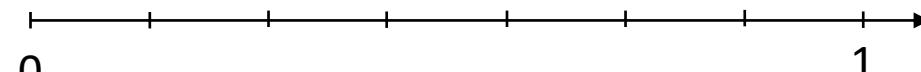
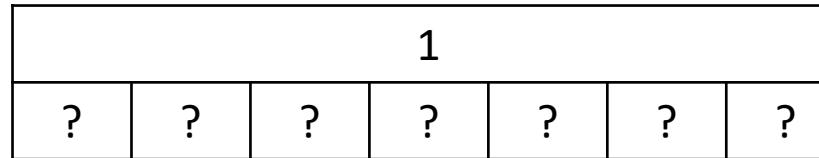
$$7 \times ? = 1$$

1						
?	?	?	?	?	?	?



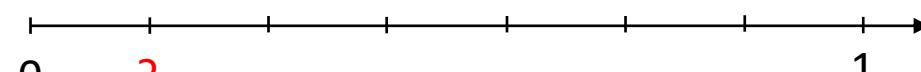
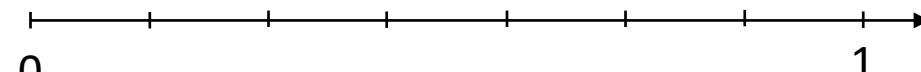
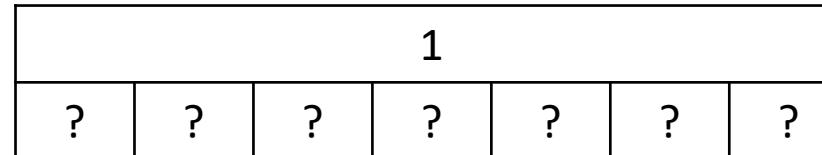
6ABC (16)	6DEF (20)	4A (29)
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales
2 bonnes réponses	décimaux	décimaux
+ 4 bonnes réponses	1 bonne réponse	décimaux
+ 1 bonne réponse	+ 1 bonne réponse	décimaux

$$7 \times ? = 1$$



6ABC (16)	6DEF (20)	4A (29)
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales
2 bonnes réponses	décimaux	décimaux
+ 4 bonnes réponses	1 bonne réponse	décimaux
+ 1 bonne réponse	+ 1 bonne réponse	décimaux
+ 2 bonnes réponses	+ 5 bonnes réponses	4 bonnes réponses

$$7 \times ? = 1$$



6ABC (16)	6DEF (20)	4A (29)
Quelques réponses décimales	Quelques réponses décimales + opérations successives	Réponses décimales
2 bonnes réponses	décimaux	décimaux
+ 4 bonnes réponses	1 bonne réponse	décimaux
+ 1 bonne réponse	+ 1 bonne réponse	décimaux
+ 2 bonnes réponses	+ 5 bonnes réponses	4 bonnes réponses
9/16	7/20	4/29

# C'est à vous ...

## Égalités à trou

**Étape 1 :** Complète les égalités suivantes lorsque cela est possible :

a)  $4 \times \dots = 20$

b)  $\dots \times 7 = 7$

c)  $16 \times \dots = 432$

d)  $15 \times \dots = 48$

e)  $5 \times \dots = 2$

f)  $\dots \times 2 = 1$

g)  $0 \times \dots = 3$

h)  $3 \times \dots = 4$

# La fraction quotient

prouver que  $\frac{4}{3} = 4 \div 3$

## **La fraction quotient**

Connaissance préalable  
indispensable :

Le sens de la division :  $3 \times ? = 4$

# La fraction quotient

Si la relation  $3 \times \frac{1}{3} = 1$  est connue alors...

$$3 \times ? = 4$$

$$3 \times ? = 1 \times 4$$

$$3 \times \frac{1}{3} \times 4 = 1 \times 4$$

$$3 \times \frac{1}{3} \times 4 = 1 \times 4$$

$$3 \times \frac{4}{3} = 4$$

## La fraction quotient

Si la relation  $3 \times \frac{1}{3} = 1$  est connue alors...



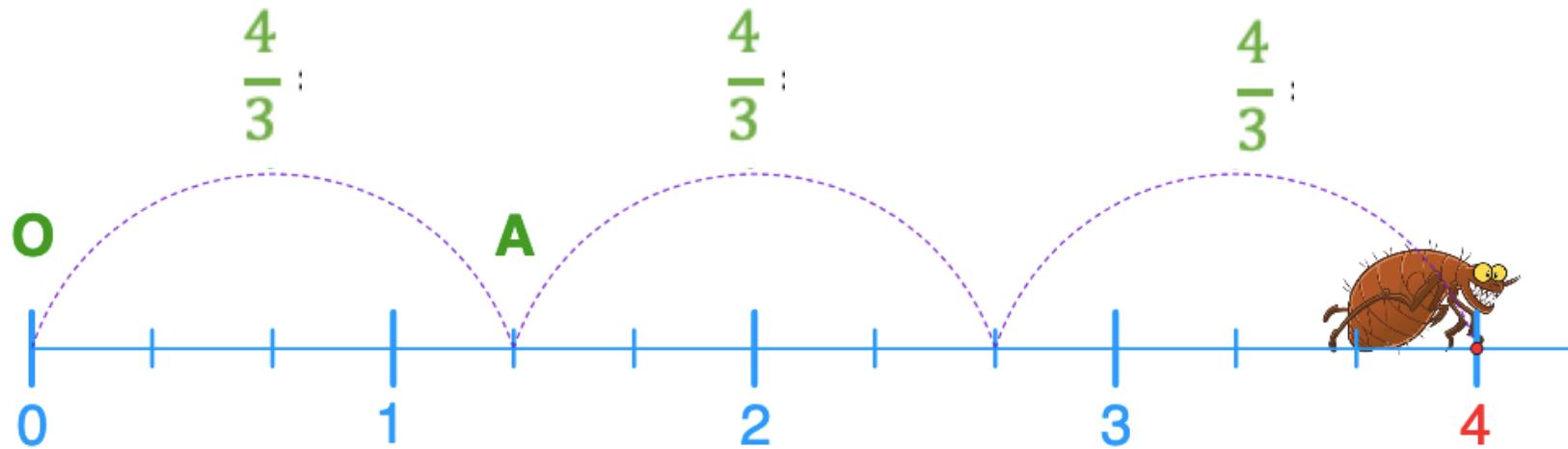
# SAUT DE PUCE

$$3 \times \dots = 4$$



Une puce se déplace sur la demi-droite graduée  
en faisant des bonds de longueur **OA**

Après combien de bonds tombe-t-elle pour la première fois sur un nombre entier ? .....  
Quel est ce nombre entier ? .....



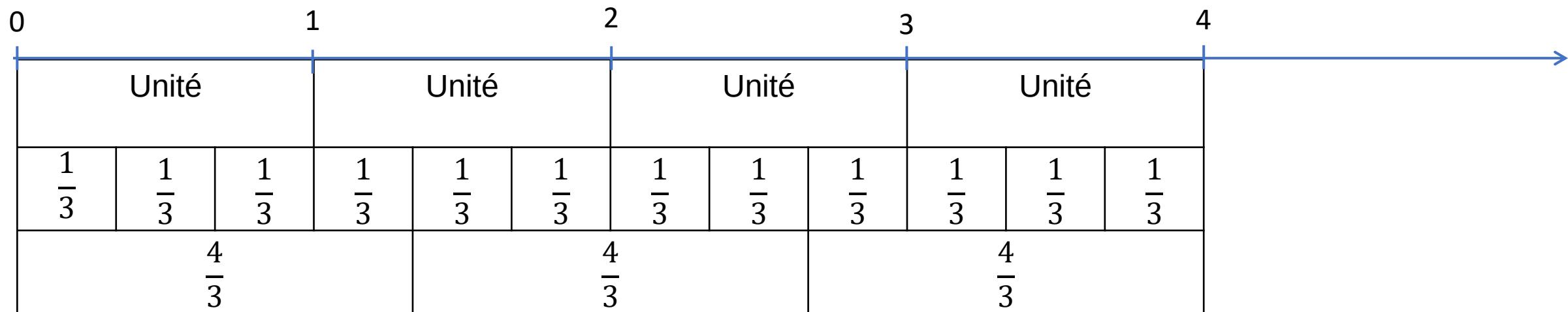
$$3 \times OA = 4$$

$$3 \times \frac{4}{3} = 4$$

[Lien animation Geogebra](#)

$\frac{4}{3}$  est le nombre qui, multiplié par 3 donne 4.

# La fraction quotient



# BIBLIOGRAPHIE

- ❖ Assali G., « Les fractions, c'est pas du gâteau ! », in APMEP *Au fil des maths*. N° 553. 24 septembre 2024 <https://afdm.apmep.fr/rubriques/eleves/les-fractions-cest-pas-du-gateau/>
- ❖ Toromanoff J., *partage et fractions : pourquoi ça ne fonctionne pas avec les élèves*, journées nationales APMEP. 2012
- ❖ Chambris C., *commentaire sur les projets de programme de mathématiques du cycle 1 et du cycle 2*. 2024